

EFFECT OF THE CLEARANCES BETWEEN THE CASING AND THE
WHEEL UPON THE EFFICIENCY OF THE CENTRIPETAL GAS TURBINE

A. Ye. Zaryankin, M. F. Zatsepin

Translation of "O vliyaniy zazorov mezhdu korpusom i rabochim kolesom
na K.P.D. stupeni radial'no-osevoy turbiny".
Energomashinostroyeniye, No. 3, pp. 33-35, 1964.

GPO PRICE \$ _____

CFSTI PRICE(S) \$ _____

Hard copy (HC) 3.00Microfiche (MF) .65

ff 653 July 65

FACILITY FORM 602

N67-15691

(ACCESSION NUMBER)

(PAGES)

(NASA CR OR TMX OR AD NUMBER)

(THRU)

(CODE)

(CATEGORY)

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION
WASHINGTON D.C. DECEMBER 1966

EFFECT OF THE CLEARANCES BETWEEN THE CASING AND THE WHEEL UPON THE EFFICIENCY OF THE CENTRIPETAL GAS TURBINE

Candidate of Technical Sciences, A. Ye. Zaryankin, and M. F. Zatsepin

ABSTRACT

Formulas are presented for determining the influence of the currents between the casing and the wheel upon the efficiency of the centripetal turbine.

There is always a certain clearance between the casing of the machine /33* and the blades of the unshrouded wheel; the efficiency of the entire machine as a whole depends upon the magnitude of this clearance.

Even though the effect of this clearance has been studied in several works for axial flow turbomachines, there are insufficient theoretical and experimental data for centripetal turbines. Essentially, we may only point to the experimental data of A. Ye. Kovalevskaya (MAI) (Moscow Aviation Institute).

In this connection, it is of interest to further investigate the influence of the clearance between the blades of the wheel and the casing of the centripetal turbine upon its efficiency.

In the general case, all other conditions being equal, the efficiency will be determined by the magnitude of the clearances at the input to the wheel Δ_1 and at the output from it Δ_2 (Figure 1)

$$\eta_{01} = f(\bar{\Delta}_1, \bar{\Delta}_2), \quad (1)$$

where $\bar{\Delta}_1 = \frac{\Delta_1}{\ell_1}$; $\bar{\Delta}_2 = \frac{\Delta_2}{\ell_2}$ are the relative values of the clearances at the input and output of the wheel;

ℓ_1 and ℓ_2 -- heights of the blades at the input and output of the wheel.

Depending on (1), we may change from the arguments $\bar{\Delta}_1$ and $\bar{\Delta}_2$ to the new variables ϕ_1 and ϕ_2 .

We may thus formulate the assumption that the quantity ϕ_1 is a function only of the clearance $\bar{\Delta}_1$, and that ϕ_2 is a function of $\bar{\Delta}_2$; for $\bar{\Delta}_1 = \bar{\Delta}_2 = 0$;

* Numbers in the margin indicate pagination in the original foreign text.

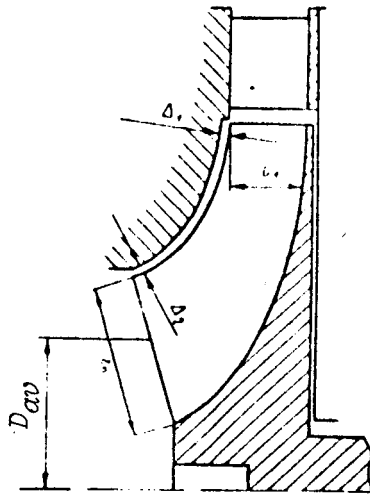


Figure 1

Diagram of the Meridional Cross Section of a Wheel
Belonging to a Centripetal Turbine

$\phi_1 = \phi_2 = 0$. With an increase in the clearances ϕ_2 and ϕ_1 continuously increase. Taking this into account, we obtain

$$\eta_{0i}^{\Delta} = f_1 [\varphi_1(\bar{\Delta}_1); \varphi_2(\bar{\Delta}_2)] \quad (2)$$

On the basis of a simple line of reasoning, we may reach the conclusion that η_{0i}^{Δ} is a function of the linear combination ϕ_1 and ϕ_2

$$\eta_{0i}^{\Delta} = f_1 [\varphi_1(\bar{\Delta}_1) + \varphi_2(\bar{\Delta}_2)] \quad (3)$$

It is assumed in (3) that the constant functions ϕ_1 and ϕ_2 contain not only combinations of the arguments $\bar{\Delta}_1$ and $\bar{\Delta}_2$, but also certain constants -- i.e., a linear combination is assumed in the following general form

$$\varphi_1(\bar{\Delta}_1) + \varphi_2(\bar{\Delta}_2) = a\psi_1(\bar{\Delta}_1) + b\psi_2(\bar{\Delta}_2) + c.$$

Let us transform (3) to a new variable ψ

$$\psi = \frac{1}{A + \varphi_1(\bar{\Delta}_1) + \varphi_2(\bar{\Delta}_2)} \quad (4)$$

Here A is a certain constant which is larger than unity.

The parameter which is introduced ψ is characterized by the fact that $0 < \psi < \frac{1}{A}$ for any values of ϕ_1 and ϕ_2 -- i.e., the transformation (4) contracts the entire numerical axis of the sum $\phi_1 + \phi_2$ in the segment of the axis ψ which is less than unity.

In this segment, expression (3) may be represented by the first two terms of a power series for any values of the clearances, within a sufficient accuracy -- i.e.,

$$\eta_{0i}^A = B_0 + B_1\psi = B_0 + \frac{B_1/A}{1 + \varphi_1(\bar{\Delta}_1) + \varphi_2(\bar{\Delta}_2)}.$$

The expansion constants B_0 and B_1 may be readily determined from the boundary conditions:

$$\begin{aligned} \text{for } \bar{\Delta}_1 = \bar{\Delta}_2 = \infty \quad \eta_{0i}^A = \eta_{0i}^\infty = B_0; \\ \text{for } \bar{\Delta}_1 = \bar{\Delta}_2 = 0 \quad \eta_{0i}^A = \eta_{0i}^{\text{nom}} = B_0 + \frac{B_1}{A}, \end{aligned}$$

from which we have the following

$$\frac{B_1}{A} = \eta_{0i}^0 - \eta_{0i}^\infty$$

and finally

$$\eta_{0i}^A = \eta_{0i}^\infty + \frac{\eta_{0i}^0 - \eta_{0i}^\infty}{1 + \varphi_1(\bar{\Delta}_1) + \varphi_2(\bar{\Delta}_2)}. \quad (5)$$

It follows from the properties of the functions ϕ_1 and ϕ_2 and the structural formula (5) that, independently of the type of machine, in the general case the efficiency must decrease according to a hyperbolic law with an increase in the clearances.

In order to determine the functions ϕ_1 and ϕ_2 , let us examine the flow in the wheel with the clearance at the input Δ_1 and at the output Δ_2 .

The presence of the clearance Δ_1 leads to the fact that the relative flow rate at the input to the wheel w_1 decreases to the quantity w'_1 . Thus, as is known, the magnitude of energy loss may be determined by the Borda-Carnot formula

$$\Delta h_1 = \frac{A(w_1 - w'_1)^2}{2g}.$$

If we relate the energy produced, which is connected with the presence of the

clearance Δ_1 , to the entire decrease in the turbine, we obtain the following expression for the loss coefficient at the input ζ_1

$$\zeta_1 = \frac{\Delta h_1}{h_0} = \frac{(w_1 - w'_1)^2}{w_1^2} \varrho = \varrho \left(\frac{\bar{\Delta}_1}{1 + \bar{\Delta}_1} \right)^2. \quad (6)$$

It is assumed that $h_0 \sim \frac{Aw_1^2}{2g\rho}$; ρ -- degree of reaction, and the ratio of the rates w'_1/w_1 is replaced by the ratio of the corresponding areas at the output of the nozzle box $2\pi r_1 \ell_1$, and at the wheel input $2\pi r_1 (\ell_1 + \Delta_1)$.

A portion of the working component continues the flow in the clearance from the input cross section to the wheel output. Flow thus occurs not only in the meridional plane, since the presence of a clearance at the blade apex leads to the flow running over into the plane which is perpendicular to the meridional cross section of the wheel.

Thus, there is a continuous exchange of energy between the working component moving in the clearance and between the main flow of the wheel. During this energy exchange, a portion of the energy belonging to the flow entering the clearance, and ejected from the wheel through the output clearance cross section, is in operation in the wheel.

Taking these statements into account, we may write the energy loss coefficient, in connection with the leakage of the working component through the clearance Δ_2 , in the following form

$$\zeta_1 = k_1 \frac{\Delta G}{G}.$$

k_1 -- coefficient describing energy exchange in the clearance; 134

ΔG -- amount of working component emanating from the wheel through the cross section of the clearance Δ_2 ;

G -- flow rate through the wheel output cross section.

If we express the quantities ΔG and G from the equation of continuity, we obtain

$$\zeta_2 = k_1 \bar{\Delta}_2 \left(1 + \frac{\ell_2}{D_{av}} \right) \cdot \frac{(\gamma C_2)_{av}^6}{(\gamma C_2)_{av}} \cdot \frac{\sin \alpha_2^6}{\sin \alpha_2^{av}}.$$

Here: D_{av} -- mean diameter at the output of the wheel;

$(\gamma C_2)_{av}^6$ and $(\gamma C_2)_{av}$ -- mean mass flow rates in the clearance and through the wheel;

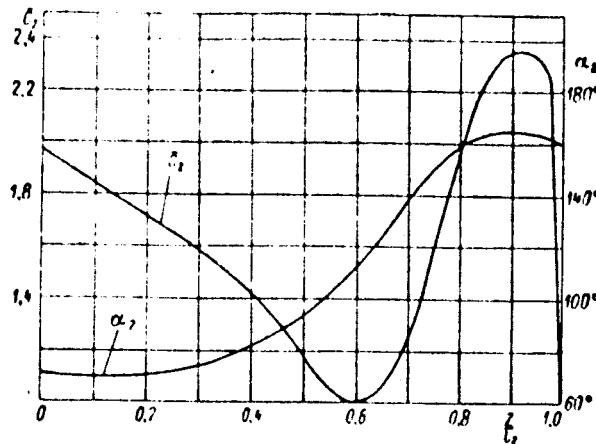


Figure 2

Field of Rates and Angles Behind the Wheel of a Centripetal Turbine

$$(c_2^{av} = 1.62; \alpha_{2av} = 107^\circ)$$

α_2^6 -- angle at which the flow leaves the clearance Δ_2 ;
 α_2^{av} -- average angle at which the flow leaves the wheel.

In order to make a definitive determination of the coefficient ζ_2 , let us examine the field of rates and angles in the flow beyond the wheel of a centripetal turbine (Figure 2).

It follows from Figure 2 that the flow is greatly twisted at the apex of the wheel. If the mean angle is $\alpha_2 = 107^\circ$, then $\alpha_2^6 = 160 - 165^\circ$.

At the same time, if we take the fact into account that the flow rate is close to zero at the wall of the casing, the ratio of the mean specific, mass flow rates in the clearance and through the wheel may be assumed to equal unity, with sufficient accuracy.

In addition, when investigating the flow through the wheel, we may assume that the energy exchange between the flow in the clearance and the main flow in the wheel fully compensates for the reduction in economy due to the flow running over along the apexes of the operational blades -- i.e., we may assume the coefficient $k_1 = 1$. Setting

$$\frac{\sin \alpha_2^6}{\sin \alpha_2^{av}} = k_1, \quad (7)$$

we obtain

$$\zeta_2 = k_1 \bar{\Delta}_2 \left(1 + \frac{1}{\theta} \right).$$

Consequently, for small clearances, we have

$$\frac{\eta_{0t}^A}{\eta_{0t}^0} = 1 - \left(\frac{\bar{\Delta}_1}{1 + \bar{\Delta}_1} \right)^2 e - k_2 \bar{\Delta}_2 \left(1 + \frac{1}{\theta} \right); \quad (8)$$

$$\theta = \frac{D_{av}}{l_2}.$$

It may be readily observed that formula (8) represents the result produced by expanding (5) in series of the functions $(\phi_1 + \phi_2)$ for small values of ϕ_1 and ϕ_2 .

Performing this expansion and comparing the terms obtained, we find

$$\left. \begin{aligned} \eta_1(\bar{\Delta}_1) &= \left(\frac{\eta_{0t}^0}{\eta_{0t}^0 - \eta_{0t}^\infty} \right) e \left(\frac{\bar{\Delta}_1}{1 + \bar{\Delta}_1} \right)^2; \\ \eta_2(\bar{\Delta}_2) &= \left(\frac{\eta_{0t}^0}{\eta_{0t}^0 - \eta_{0t}^\infty} \right) k_2 \bar{\Delta}_2 \left(1 + \frac{1}{\theta} \right). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

We finally obtain the following from (9) after simple transformations

$$\frac{\eta_{0t}^A}{\eta_{0t}^0} = \frac{\eta_{0t}^\infty}{\eta_{0t}^0} + \frac{\left(1 - \frac{\eta_{0t}^\infty}{\eta_{0t}^0} \right)^2}{1 - \frac{\eta_{0t}^\infty}{\eta_{0t}^0} + e \left(\frac{\bar{\Delta}_1}{1 + \bar{\Delta}_1} \right)^2 + k_2 \bar{\Delta}_2 \left(1 + \frac{1}{\theta} \right)}. \quad (10)$$

If the coefficient k_2 designates not only the ratio of the sines, but also contains the ratio of the specific mass flow rates and the coefficient k_1 , it follows from the conclusion which is reached that formula (10) is a general formula which is valid for all types of unshrouded turbomachines.

Expression (10), and formula (8) for small clearances, may be considerably simplified under the condition that the value of the angles α_1 is small (12-20°).

In this case, the term

$$\left(\frac{\bar{\Delta}_1}{1 + \bar{\Delta}_1} \right)^2 e \ll k_2 \bar{\Delta}_2 \left(1 + \frac{1}{\theta} \right),$$

and, for small clearances, the dependence of efficiency on the clearance $\bar{\Delta}_2$, proves to be linear

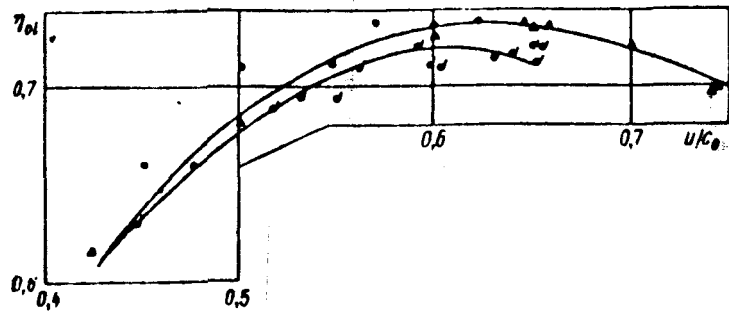


Figure 3

Influence of the Relative Clearance $\bar{\Delta}_1$ at the Input
of the Wheel Upon the Turbine Efficiency:

● — $\bar{\Delta}_1 = 0$; ▲ — $\bar{\Delta}_1 = 10\%$; ✓ — $\bar{\Delta}_1 = 25\%$.

$$\bar{\eta}_{0i}^{\Delta} = 1 - k_1 \bar{\Delta}_1 \left(1 + \frac{1}{\theta}\right). \quad (11)$$

Let us investigate the extent to which the results obtained coincide with the results derived from an experimental investigation of the influence of the clearances Δ_1 and Δ_2 on the efficiency of a centripetal turbine.

By way of an example, Figure 3 presents the values of η_{0i} as a function of u/c_0 for radial step in the case of $\bar{\Delta}_1 = 0$; 10%; 25% and $\Delta_2 = \text{const.}$ It may be seen from these curves that the change in $\bar{\Delta}_1$ from 0 to 10% barely produces a change in the efficiency, and only in the case of $\bar{\Delta}_1 = 25\%$ does the efficiency decrease by $\sim 1.2\%$.

Determining the term $\left(\frac{\Delta_1}{1+\Delta_1}\right)^2$ in expression (8), we find that it comprises ~ 0.0125 for the indicated value of the clearance $\bar{\Delta}_1$, i.e., it almost coincides with the value obtained in the experiments.

Taking the fact into account that $\bar{\Delta}_1 < 20\%$ in the majority of cases in real machines, we shall investigate the dependence of η_{0i}^{Δ} on only the clearance $\bar{\Delta}_2$.

Estimating the ratio of the sines in expression (7) according to Figure 2, we obtain the following dependence for the centripetal turbine

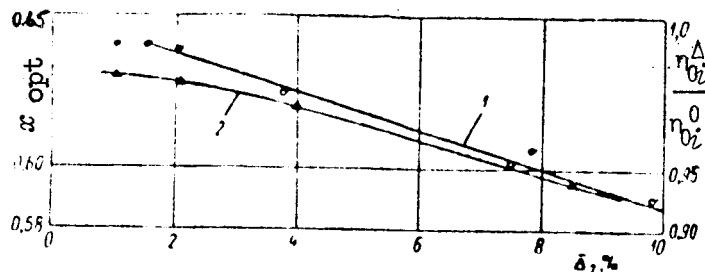


Figure 4

Change in the Efficiency of the Centripetal Turbine as a Function of the Relative Clearance Δ_2 at the Output from the Wheel, and the Shift in the Optimum Value of the Parameter $x_{opt} = (u/c_0)_{opt}$

○ -- MAI experiments; ▲ -- MEI experiments; 1 - Change in efficiency; 2 - Change in the ratio x_{opt}

$$\bar{\eta}_{0\Delta} = 1 - 0.45\Delta_2 \left(1 + \frac{1}{\theta}\right), \quad (12)$$

which is shown graphically in Figure 4.

/35

This figure plots the experimental points obtained for different values of Δ_2 at the MAI and the MEI (Moscow Institute of Energetics).

It follows from the graphs shown in Figure 5 that -- in spite of the difference between the experimental arrangements and the items being tested -- the theoretic dependence (12) is substantiated quite well by the experimental data obtained by two different organizations.

We should point out that for small clearances of Δ_2 there is a tendency toward a certain systematic deviation of the experimental data from a straight line. This is related to the fact that, for small clearances, the magnitude of the latter becomes commensurable with the thickness of the boundary layer formed on a rigid wall.

As was shown in (Ref. 3), in this case the losses in flow friction on the turbine casing begin to change in inverse proportion to the clearance Δ . The decrease in the losses caused by a reduction in the leakage ΔG are balanced by an increase in the losses in the flow friction on the turbine casing. Therefore, in centripetal turbines, the clearances must not be decreased by more than 1%. If the clearance is decreased more than this, the danger of the wheel brushing against the turbine casing increases, and there is no increase in economy.

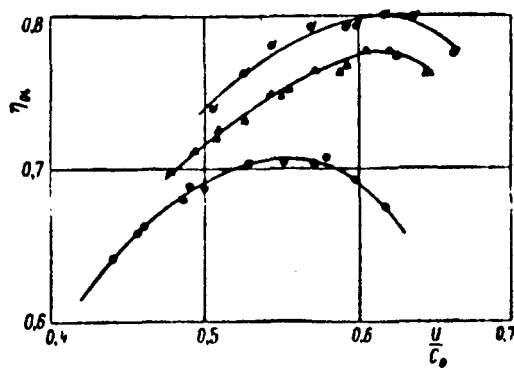


Figure 5

Dependence of Turbine Efficiency on u/c_0 for Different Values of the Clearances Δ_1 and Δ_2 :

● — $\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 0$; ▲ — $\Delta_1 = 4.5 \text{ mm}, \Delta_2 = 2.5 \text{ mm}$; ■ — $\Delta_1 = \infty, \Delta_2 = \infty$.

In certain cases, depending on the construction, the clearances Δ_1 and Δ_2 may become commensurable with the blade height. A formula which is more complex than (10) must therefore be employed to determine the reduction in efficiency.

However, for specific applications, we must know the quantities η_{0i}^0 and η_{0i}^∞ — i.e., the efficiency in the case of zero clearance and in the case of infinitely large clearances.

In the first case, we must employ data derived from tests with a shrouded wheel, and in the second case we must employ data obtained from tests with a completely open wheel.

The results of these tests, as well as tests with intermediate values of the clearances, are shown in Figure 5, which gives the dependences $\eta_{0i}^0 = f(u/c_0)$ for a centripetal turbine for different values of the clearances Δ_1 and Δ_2 .

If we perform the corresponding determination of the ratio $\eta_{0i}^\infty/\eta_{0i}^0$ for optimum values of the parameter u/c_0 , we obtain

$$\frac{\eta_{0i}^\infty}{\eta_{0i}^0} = 0.885 + \frac{0.0132}{0.115 + \left(\frac{\Delta_1}{1 + \Delta_1} \right)^2 + 0.45\Delta_2 \left(1 + \frac{1}{\Delta_1} \right)}. \quad (13)$$

Formula (13) may be employed within the entire range of clearance changes in a centripetal turbine.

If we analyze the experimental data presented in Figure 5, we may readily see that when the clearance changes there is not only a decrease in efficiency, but also a shift in the optimum u/c_0 toward small values. The curve shown in Figure 4 may be employed to determine this shift as a function of the clearances.

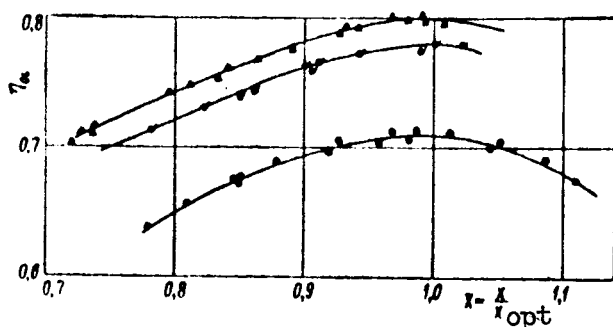


Figure 6

Dependence of Turbine Efficiency
on the Parameter $x = \frac{u/c_0}{(u/c_0)_{opt}}$:

▲ — $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$; ◆ — $\Delta_1 = 4.5 \text{ mm}$,
 $\Delta_2 = 2 \text{ mm}$; ● — $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots$

When there is a deviation from the optimum values of u/c_0 , the influence of the clearance upon efficiency varies. Thus, a decrease in u/c_0 leads to a decrease in the effect of the clearance and, conversely, an increase in u/c_0 leads to an increase in the difference $\Delta\eta = \eta_{0i}^0 - \eta_{0i}^\Delta$.

However, if we compile the dependence of efficiency upon \bar{x} , where

$$\bar{x} = \frac{(u/c_0)}{(u/c_0)_{opt}}, \quad (14)$$

as follows from Figure 6, all of the curves are distributed at an equal distance for any value of the parameter \bar{x} $\Delta\eta = \Delta\eta^0 = \eta_{0i}^0 - \eta_{0i}^\Delta = \text{const.}$

Consequently, we may estimate the reduction in efficiency $\Delta\eta$ as a function of the clearance for any values of u/c_0 by means of formula (12) or (13) and expression (14). For this purpose, it is sufficient to determine $\Delta\eta^0$ for optimum values of u/c_0 , and to multiply the value obtained by the corresponding value of \bar{x} , i.e.,

$$\Delta\eta = \Delta\eta^0 \bar{x}. \quad (15)$$

Thus, the data presented in this article make it possible to completely determine the influence of the clearances Δ_1 and Δ_2 on the efficiency of a centrifugal turbine for any values of the latter, within the entire range of values for the parameter u/c_0 .

We should point out that for axial flow turbomachines, in several cases there is good agreement between the formulas derived and experimental data in the case of $k_2 = 0.85$.

Similar relationships may be readily obtained for axial and centrifugal compressors, but in this case a more careful determine of the coefficients k_1 and k_2 is requisite.

REFERENCES

1. Shevyakov, S. I. K voprosu primeneniya bezbandazhnykh lopatok v gazovoy turbine (Problem of Employing Unshrouded Blades in a Gas Turbine). "Sovetskoye Kotloturbostroyeniye", No. 1, 1940.
2. Povkh, I. L. Vliyaniye radial'nogo zazora na kharakter obtekaniya lopatok turbomashin (Influence of Radial Clearance on the Nature of Flow Around Turbomachine Blades). "Kotlostroyeniye", No. 3, 1950.
3. Schlichting, G. Boundary Layer Theory. Izdatel'stvo Inostrannoy Literatury, 1956.
4. Zavadovskiy, A. M. Vliyaniye nekotorykh konstruktivnykh parametrov na kharakteristiki turbinnoy stupeni (Influence of Certain Structural Parameters on the Characteristics of Turbine Efficiency). "Teploenergetika", No. 10, 1955.

SCIENTIFIC TRANSLATION SERVICE
4849 Tocaloma Lane
La Canada, California

13

ТТ F-10, 450
1496-31

О влиянии зазоров между корпусом и рабочим колесом на к. п. д. ступени радиально-осевой турбины

Кандидаты техн. наук А. Е. Зарянкин и М. Ф. Зацепин

УДК 621.018.621.165

Приводятся формулы для определения влияния зазора между корпусом и рабочим колесом на к. п. д. ступени радиально-осевой турбины.

Между корпусом машины и лопатками безбандажного рабочего колеса всегда имеется некоторый зазор, от величины которого зависит экономичность всей машины в целом.

Если для осевых турбомашин влияние этого зазора исследовалось в ряде работ, то для радиально-осевых турбин количество теоретических и экспериментальных данных по указанному вопросу является совершенно недостаточным. Здесь можно указать по существу только на опытные данные А. Е. Ковалевской (МАИ).

В связи с этим представляет самостоятельный интерес дальнейшее исследование влияния зазора между лопатками рабочего колеса и корпусом радиально-осевой турбины на ее к. п. д.

В общем случае при прочих равных условиях к. п. д. ступени будет определяться величиной зазоров на входе в колесо Δ_1 и на выходе из него Δ_2 (рис. 1).

$$\eta_{oi} = f(\Delta_1, \Delta_2) \quad (1)$$

где $\bar{\Delta}_1 = \frac{\Delta_1}{l_1}$; $\bar{\Delta}_2 = \frac{\Delta_2}{l_2}$ — относительные значения зазоров на входе и выходе из колеса; l_1 и l_2 — высоты лопаток на входе и выходе из него.

В зависимости (1) можно перейти от аргументов $\bar{\Delta}_1$ и $\bar{\Delta}_2$ к новым переменным φ_1 и φ_2 .

При этом сделаем предположение, что величина φ_1 является функцией только зазора Δ_1 , а φ_2 — функцией Δ_2 , при $\bar{\Delta}_1 = \bar{\Delta}_2 = 0$; $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$; с ростом зазоров φ_1 и φ_2 непрерывно возрастают. С учетом изложенного, получим

$$\eta_{oi}^A = f_1[\varphi_1(\bar{\Delta}_1); \varphi_2(\bar{\Delta}_2)] \quad (2)$$

На основании простых соображений можно сделать заключение о том, что η_{oi}^A является функцией от линейной комбинации φ_1 и φ_2 .

$$\eta_{oi}^A = f_1[\varphi_1(\bar{\Delta}_1) + \varphi_2(\bar{\Delta}_2)] \quad (3)$$

Рис. 1. Схема меридионального сечения колеса радиально-осевой турбины.

В выражении (3) предполагается, что постоянные функции φ_1 и φ_2 содержат не только комбинации аргументов $\bar{\Delta}_1$ и $\bar{\Delta}_2$, но и некоторые постоянные, т. е. предполагается линейная комбинация в общем виде

$$\varphi_1(\bar{\Delta}_1) + \varphi_2(\bar{\Delta}_2) = a\varphi_1(\bar{\Delta}_1) + b\varphi_2(\bar{\Delta}_2) + c.$$

Преобразуем зависимость (3) к новой переменной ψ

$$\psi = \frac{1}{A + \varphi_1(\bar{\Delta}_1) + \varphi_2(\bar{\Delta}_2)} \quad (4)$$

Здесь A — некоторая постоянная, большая единицы.

Введенный параметр ψ характерен тем, что при любых значениях φ_1 и φ_2 $0 < \psi < \frac{1}{A}$, т. е. преобразование (4) сжимает всю числовую ось суммы $\varphi_1 + \varphi_2$ в отрезок оси ψ меньший единицы.

На этом отрезке выражение (3) при любых значениях зазоров может быть с достаточной точностью представлено двумя первыми членами степенного ряда, т. е.

$$\eta_{oi}^A = B_0 + B_1\psi = B_0 + \frac{B_1/A}{1 + \varphi_1(\bar{\Delta}_1) + \varphi_2(\bar{\Delta}_2)}.$$

Постоянные разложения B_0 и B_1 легко находятся из граничных условий:

$$\text{при } \bar{\Delta}_1 = \bar{\Delta}_2 = \infty \quad \eta_{oi}^A = \eta_{oi}^\infty = B_0;$$

$$\text{при } \bar{\Delta}_1 = \bar{\Delta}_2 = 0 \quad \eta_{oi}^A = \eta_{oi}^{0 \text{ ном}} = B_0 + \frac{B_1}{A},$$

отсюда

$$\frac{B_1}{A} = \eta_{oi}^0 - \eta_{oi}^\infty$$

и окончательно

$$\eta_{oi}^A = \eta_{oi}^\infty + \frac{\eta_{oi}^0 - \eta_{oi}^\infty}{1 + \varphi_1(\bar{\Delta}_1) + \varphi_2(\bar{\Delta}_2)} \quad (5)$$

Из свойств функций φ_1 и φ_2 и структурной ф-лы (5) следует, что независимо от типа машины в общем случае к. п. д. ступени с увеличением зазоров должен падать по гиперболическому закону.

Для определения функций φ_1 и φ_2 рассмотрим картину течения в рабочем колесе с зазором на входе Δ_1 и на выходе Δ_2 .

Наличие зазора Δ_1 приводит к тому, что относительная скорость потока при входе его на колесо w_1 падает до величины w_1' . При этом, как известно, величина потери энергии определяется формулой Борда — Карно

$$\Delta h_1 = \frac{A(w_1 - w_1')^2}{2g}.$$

Если отнести полученную энергию, связанную с наличием зазора Δ_1 , ко всему перепаду на турбину, то получим для коэффициента потерь при входе ξ_1 следующее выражение

$$\xi_1 = \frac{\Delta h_1}{h_0} = \frac{(w_1 - w_1')^2}{w_1^2} q = q \left(\frac{\bar{\Delta}_1}{1 + \bar{\Delta}_1} \right)^2 \quad (6)$$

Здесь принято $h_0 \approx \frac{Aw_1^2}{2gq}$; q — степень реакции, а отношение скоростей w_1'/w_1 заменено отношением соответствующих площадей на выходе из соплового аппарата $2\pi r_1 l_1$ и на входе в колесо $2\pi r_1 (l_1 + \Delta_1)$.

Часть рабочего тела продолжает течение в зазоре от входного сечения к выходу из колеса. При этом течение происходит не только в меридиональной плоскости, так как наличие зазора у вершины лопатки приводит к перетеканию потока и в плоскости, перпендикулярной к меридиональному сечению колеса.

Таким образом, между рабочим телом, движущимся в зазоре и основным потоком колеса происходит непрерывный энергообмен, при котором часть энергии потока, попавшего в зазор, и выброшенного из колеса через выходное сечение зазора срывается в колесо.

С учетом изложенного, коэффициент потери энергии в связи с утечкой рабочего тела через зазор Δ_2 можно представить в виде

$$\xi_2 = k_1 \frac{\Delta G}{G}.$$

3. ζ_2 — коэффициент учитывающий энергообмен в зазоре;
 Δ_0 — количество работы тела, выходящего из колеса
 через сечение зазора Δ_2 ;
 G — расход через выходные сечение колеса.
 Выражая величины Δ_0 и G из уравнения неразрывности,
 получим

$$\zeta_2 = k_1 \Delta_2 \left(1 + \frac{t_2}{D_{cp}}\right) \cdot \frac{(\gamma c_2)_{cp}^0 \cdot \sin \alpha_2^0}{(\gamma c_2)_{cp} \cdot \sin \alpha_2^{cp}}$$

Здесь D_{cp} — средний диаметр на выходе из колеса;
 $(\gamma c_2)_{cp}^0$ и $(\gamma c_2)_{cp}$ — средние весовые расходы в зазоре
 и через колесо;
 α_2^0 — угол выхода потока из зазора Δ_1 ;
 α_2^{cp} — средний угол выхода потока из колеса.

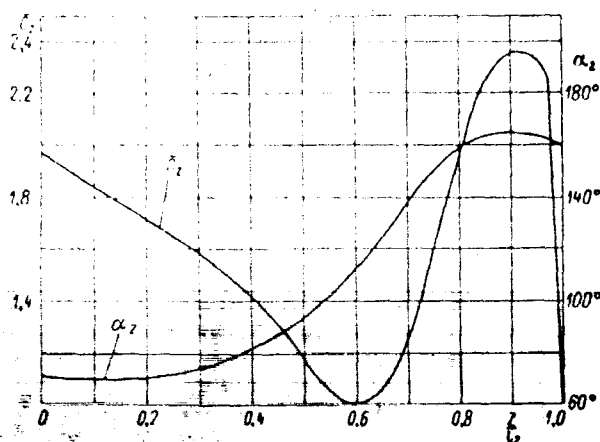


Рис. 2. Поле скоростей и углов за рабочим колесом радиально-осевой турбины ($c_2^{cp} = 1.62$; $\alpha_{2, cp} = 107^\circ$).

Для окончательного определения коэффициента ζ_2 рассмотрим поле скоростей и углов в потоке за рабочим колесом радиально-осевой турбины (рис. 2).

Из рис. 2 следует, что у вершины колеса имеет место сильная закрутка потока. Если средний угол $\alpha_2 = 107^\circ$, то у вершины $\alpha_2^0 = 160-165^\circ$.

В то же время отношение средних удельных весовых расходов в зазоре и через колесо с учетом того, что на стенке корпуса скорость потока близка к нулю, с достаточной точностью может быть принято равным единице.

Кроме того, при рассмотрении течения через колесо можно принять, что энергообмен между потоком в зазоре и основным потоком в колесе полностью компенсирует снижение экономичности из-за наличия перетеканий по вершинам рабочих лопаток, т. е. принять и коэффициент $k_1 = 1$. Тогда, обозначив

$$\frac{\sin \alpha_2^0}{\sin \alpha_2^{cp}} = k_2, \quad (7)$$

получим

$$\zeta_2 = k_2 \Delta_2 \left(1 + \frac{1}{\theta}\right).$$

Отсюда, следовательно, при малых зазорах

$$\frac{\eta_{oi}^A}{\eta_{oi}^0} = 1 - \left(\frac{\Delta_1}{1 + \Delta_1}\right)^2 \varrho - k_2 \Delta_2 \left(1 + \frac{1}{\theta}\right);$$

$$\theta = \frac{D_{cp}}{t_2}. \quad (8)$$

Легко заметить, что ф-ла (8) представляет результат разложения выражения (5) в ряд по функциям $(\varphi_1 + \varphi_2)$ при малых значениях φ_1 и φ_2 .

Проведя такое разложение и сравнивая полученные члены, найдем

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(\Delta_1) &= \left(\frac{\eta_{oi}^0}{\eta_{oi}^0 - \eta_{oi}^\infty}\right) \varrho \left(\frac{\Delta_1}{1 + \Delta_1}\right)^2; \\ \varphi_2(\Delta_2) &= \left(\frac{\eta_{oi}^0}{\eta_{oi}^0 - \eta_{oi}^\infty}\right) k_2 \Delta_2 \left(1 + \frac{1}{\theta}\right). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Из выражения (9) после несложных преобразований получим окончательно

$$\frac{\eta_{oi}^A}{\eta_{oi}^0} = \frac{\eta_{oi}^\infty}{\eta_{oi}^0} + \frac{\left(1 - \frac{\eta_{oi}^\infty}{\eta_{oi}^0}\right)^2}{1 - \frac{\eta_{oi}^\infty}{\eta_{oi}^0} + \varrho \left(\frac{\Delta_1}{1 + \Delta_1}\right)^2 + k_2 \Delta_2 \left(1 + \frac{1}{\theta}\right)}. \quad (10)$$

Если под коэффициентом k_2 понимать не только отношение синусов, но и включить в этот коэффициент отношение удельных весовых расходов и коэффициент k_1 , то из полученного вывода следует, что ф-ла (10) является общей формулой, справедливой для всех типов безбандажных турбомашин.

Выражение (10), а при малых зазорах ф-ла (8), значительно упрощается при условии, что значение углов α_1 мало ($12-20^\circ$). В этом случае член

$$\left(\frac{\Delta_1}{1 + \Delta_1}\right)^2 \varrho \ll k_2 \Delta_2 \left(1 + \frac{1}{\theta}\right),$$

и при малых зазорах зависимость к. п. д. от зазора Δ_2 оказывается линейной

$$\eta_{oi}^A = 1 - k_2 \Delta_2 \left(1 + \frac{1}{\theta}\right). \quad (11)$$

Рассмотрим далее, насколько хорошо полученные результаты совпадают с результатами опытного исследования влияния зазоров Δ_1 и Δ_2 на к. п. д. радиально-осевой турбины.

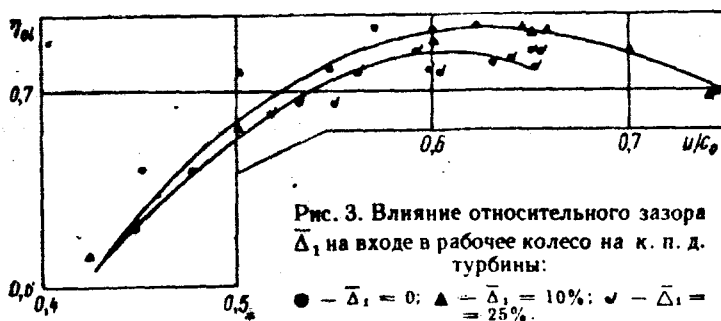


Рис. 3. Влияние относительного зазора Δ_1 на входе в рабочее колесо на к. п. д. турбины:

● — $\Delta_1 = 0$; ▲ — $\Delta_1 = 10\%$; √ — $\Delta_1 = 25\%$.

В качестве примера на рис. 3 приведены значения η_{oi} в функции от u/c_0 для радиальной ступени при $\Delta_1 = 0$; 10%; 25% и $\Delta_2 = \text{const}$. Из приведенных кривых видно, что изменение Δ_1 от 0 до 10% практически не привело к изменению к. п. д. и только при $\Delta_1 = 25\%$ к. п. д. упал на $\sim 1.2\%$.

Оценивая член $\left(\frac{\Delta_1}{1 + \Delta_1}\right)^2 \varrho$ в выражении (8) видим, что при указанном значении зазора Δ_1 величина его составляет ~ 0.0125 , т. е. практически совпадает со значением полученным в опытах. Учитывая, что в реальных машинах в большинстве случаев $\Delta_1 < 20\%$, в дальнейшем будем рассматривать зависимость η_{oi}^A только от зазора Δ_1 .

Оценивая по рис. 2 отношение синусов в выражении (7), получим для радиально-осевой турбины следующую зависимость

$$\eta_{oi}^A = 1 - 0.45 \Delta_2 \left(1 + \frac{1}{\theta}\right), \quad (12)$$

изображенную графически на рис. 4.

Здесь же нанесены опытные точки, полученные при различных значениях Δ_2 в МАИ и МЭИ.

Из приведенных на рис. 5 графиков следует, что несмотря на различные экспериментальные установок и испытываемых объектов теоретическая зависимость (12) достаточно хорошо подтверждается опытными данными, полученными двумя различными организациями.

Заметим, что при малых зазорах Δ_1 имеет место тенденция к некоторому систематическому отклонению опытных данных

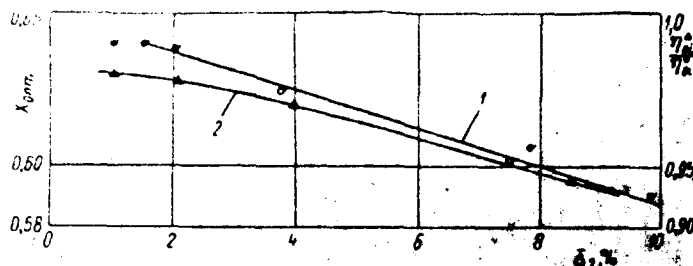


Рис. 4. Изменение к. п. д. радиально-осевой турбины в зависимости от относительного зазора Δ_1 на выходе из рабочего колеса и смещение оптимального значения параметра $\chi_{опт}$.

○ — опыты МАИ; ▲ — опыты МЭИ; 1 — изменение к. п. д. турбины; 2 — изменение отношения $\chi_{опт}$.

от прямой линии. Указанное обстоятельство связано с тем, что при малых зазорах величина последнего становится соизмеримой с толщиной пограничного слоя, образующегося на неподвижной стенке.

В этом случае, как показано в работе [3], потери на трение потока о корпус турбины начинают изменяться обратно пропорционально текущему зазору Δ и уменьшение потерь, вызванных снижением утечки ΔG , компенсируется ростом потерь на трение потока о корпус турбины. Поэтому в радиально-осевых турбинах не следует, по-видимому, уменьшать зазоры более

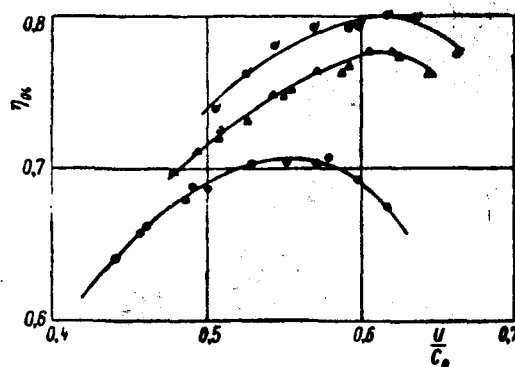


Рис. 5. Зависимость к. п. д. турбины от u/c_0 для различных значений зазоров Δ_1 и Δ_2 :

● — $\Delta_1 = 0$, $\Delta_2 = 0$; ▲ — $\Delta_1 = 4,5$ мм, $\Delta_2 = 2,5$ мм; ○ — $\Delta_1 = \infty$, $\Delta_2 = \infty$.

чем на 1%; при дальнейшем уменьшении зазора возрастает опасность задевания рабочего колеса о корпус турбины, в то время как экономичность ступени не увеличивается.

В некоторых случаях, по конструктивным соображениям, зазоры Δ_1 и Δ_2 могут стать соизмеримыми с высотой лопатки. При этом, очевидно, для оценки снижения к. п. д. следует воспользоваться более сложной ф-лой (10).

Однако для ее конкретного применения необходимо знать величины η_{01}^0 и η_{01}^* , т. е. значение к. п. д. при нулевом зазоре и при бесконечно больших зазорах.

В первом случае следует воспользоваться данными испытаний с обондаженным колесом, а во втором — с полностью открытым колесом.

Результаты таких испытаний, а также испытаний с промежуточными значениями зазоров показаны на рис. 5, где приведены зависимости $\eta_{01} = f(u/c_0)$ для радиально-осевой турбины при различных значениях зазоров Δ_1 и Δ_2 .

Отсюда, произведя соответствующую оценку отношения η_{01}^0/η_{01}^* при оптимальных значениях параметра u/c_0 , получим

$$\frac{\eta_{01}^0}{\eta_{01}^*} = 0,885 + \frac{0,0132}{0,115 + \left(\frac{\Delta_1}{1 + \Delta_1}\right)^2 + 0,45\Delta_2\left(1 + \frac{1}{\theta}\right)} \quad (13)$$

Ф-лой (13) можно пользоваться во всем диапазоне изменения зазоров в радиально-осевой турбине.

Анализируя опытные данные, приведенные на рис. 5, легко заметить, что с изменением зазоров происходит не только падение к. п. д., но и смещение оптимального u/c_0 в сторону меньших его значений. Указанное смещение в зависимости от зазоров может быть также оценено по кривой на рис. 4.

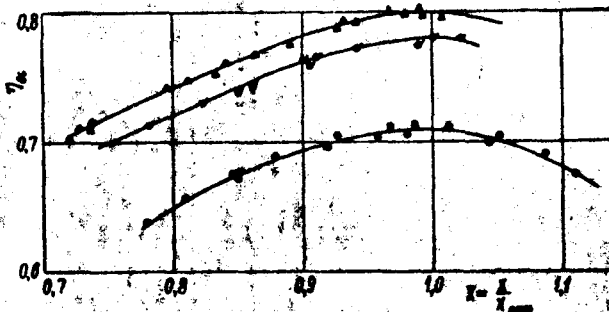


Рис. 6. Зависимость к. п. д. турбины от параметра $\chi = \frac{u/c_0}{(u/c_0)_{опт}}$:

▲ — $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$; ● — $\Delta_1 = 4,5$ мм, $\Delta_2 = 2,5$ мм; ○ — $\Delta_1 = \Delta_2 = \infty$.

С отклонением от оптимальных значений u/c_0 влияние зазора на к. п. д. оказывается различным. Так, уменьшение u/c_0 приводит к уменьшению влияния зазора и, наоборот, с увеличением u/c_0 увеличивается разность $\Delta\eta = \eta_{01}^0 - \eta_{01}^*$.

Однако если построить зависимость к. п. д. от величины $\bar{\chi}$, где

$$\bar{\chi} = \frac{(u/c_0)}{(u/c_0)_{опт}}, \quad (14)$$

то все кривые, как это следует из рис. 6, располагаются эквидистантно и при любом значении параметра $\bar{\chi}$ $\Delta\eta = \Delta\eta^0 = \eta_{01}^0 - \eta_{01}^* = \text{const}$.

Следовательно с помощью ф-лы (12) или (13) и выражения (14) можно оценить снижение к. п. д. $\Delta\eta$ в зависимости от зазора при любых значениях u/c_0 . Для этого достаточно найти $\Delta\eta^0$ при оптимальных значениях u/c_0 и умножить полученное значение на соответствующее значение величины $\bar{\chi}$, т. е.

$$\Delta\eta = \Delta\eta^0 \bar{\chi}. \quad (15)$$

Таким образом, приведенные в настоящей статье данные позволяют произвести полную оценку влияния зазоров Δ_1 и Δ_2 на к. п. д. радиально-осевой турбины при любых значениях последнего во всем диапазоне значений параметра u/c_0 .

Отметим, что для осевых турбомашин в ряде случаев хорошее совпадение выведенных формул с опытными данными получается при $k_2 = 0,85$.

Аналогичные зависимости нетрудно получить для осевых и центробежных компрессоров, но в этом случае необходима более осторожная оценка величин коэффициентов k_1 и k_2 .

Литература

1. Шевяков С. И. К вопросу применения безобондажных лопаток в газовой турбине. — «Советское котлотурбостроение», 1940, № 1.
2. Повз И. Л. Влияние радиального зазора на характер обтекания лопаток турбомашин. — «Котлостроение», 1950, № 3.
3. Шляхтин Г. Теория пограничного слоя. Издательство иностранной литературы, 1956.
4. Завядовский А. М. Влияние некоторых конструктивных параметров на характеристики турбинной ступени. — «Теплоэнергетика», 1956, № 10.